

# Álgebra y Geometría Analítica Práctica 7:

Geometría en el plano y Cónicas  
(basadas en las prácticas de la Prof. Gisela Savslasky y el Prof. Ernesto Aljinovic)

Docente: Cecilia Jarne

- Determinar y graficar el conjunto de puntos del plano que equidistan de los puntos  $A(0, 2)$  y  $B(2, 4)$ .
- Determinar y graficar el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a  $C(0, 2)$  es 2
- Analizar las simetrías respecto de los ejes coordenados y del origen de coordenadas de los lugares geométricos definidos por:
  - $x \cdot y = 4$
  - $x^2 + 2x + 3y^2 = 0$
- Determinar y graficar el lugar geométrico de los puntos que equidistan de  $F(0, 2)$  y de la recta  $y - 1 = 0$
- Encontrar las coordenadas del vértice y del foco, la ecuación de la directriz, calcular la cuerda y trazar la gráfica de las siguientes parábolas:
  - $-2x^2 = y$
  - $(x + 1)^2 = 4y$
  - $y = x^2 - 4x + 16$
  - $x = y^2 + 4x + 16$
- Hallar una ecuación de la parábola que satisfaga las siguientes condiciones:
  - Vértice en  $(0, 0)$ , eje  $x = 0$ , pasa por  $(-1, 4)$ .
  - Vértice en  $(0, 0)$ , foco  $(-2, 0)$ .
  - Eje  $y = 0$ , pasa por  $(2, 1)$  y vértice en  $(0, 0)$ .
  - Foco en  $(3, -1)$ ; directriz  $x = \frac{1}{2}$ .
  - Eje paralelo al eje  $X$ , vértice en  $(1, 3)$  y que pasa por  $(-1, -1)$ .
  - Cuya directriz es  $y + 2 = 0$  y los extremos del lado recto son los puntos  $A(0, 2)$  y  $B(8, 2)$ .
- Determinar y graficar el lugar geométrico de los puntos cuya suma de sus distancias a  $F(0, 2)$  y  $F'(0, -2)$  es igual a 10.
- Obtener las coordenadas del centro, de los vértices y de los focos de la elipse cuya ecuación se da a continuación. Calcular además su excentricidad, lado recto y trazar su gráfica.
  - $4x^2 + 7y^2 = 28$
  - $5y^2 + 9x^2 - 30y + 18x + 9 = 0$
  - $(x, y) = 5\text{sen}(t, 3\text{cos}(t))$  con  $t \in [0, 2\pi]$
- Encontrar la ecuación de la elipse que satisfaga las condiciones:
  - Centro en  $(0, 0)$ , vértices en  $(5, 0)$  y  $(0, -2)$
  - Vértices en  $(4, 0)$  y  $(-4, 0)$  y  $(0, \pm 2)$

- c) Vértices en  $(0, \pm 4)$ , focos en  $(0, \pm 2)$
- d) Vértices en  $(-1, 2)$ ,  $(-7, 2)$  y eje menor de longitud igual a 2.
- e) Vértices en  $(3, -2)$ ,  $(13, -2)$  y focos en  $(4, -2)$ ,  $(12, -2)$
- f) Centro en  $(2, 1)$ , eje mayor paralelo al eje  $X$  y que pasa por los puntos  $(6, 1)$  y  $(2, 3)$
- g) Focos en  $F_1(-4, 3)$  y  $F_2(2, 3)$  y el perímetro del triángulo cuyos vértices son los focos y un punto de la elipse es igual a 16.
10. Para qué valores reales de  $k$  la ecuación:  $x^2 + y^2 + 6kx - 4y + 13k = 0$  es una circunferencia, puntos o ningún lugar geométrico.
11. Para qué valores reales de  $k$  la ecuación:  $2x^2 + y^2 + kx + 2 = 0$  es una es una elipse, puntos o ningún lugar geométrico.
12. Hallar la ecuación y graficar el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a los puntos  $F(0, 3)$  y  $F'(0, -3)$  es igual a 4.
13. Obtener las coordenadas de los vértices y de los focos, dar las ecuaciones de las asíntotas, calcular su excentricidad y lado recto y graficar las hipérbolas cuyas ecuaciones respectivas son:
- |   |   |
|---|---|
| a) $x^2 - y^2 = 9$                      | d) $2x^2 - y^2 = 4$                                       |
| b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ | e) $(x, y) = (2\sec(t), \tan(t))$ con $t \in [-\pi, \pi]$ |
| c) $x^2 - y^2 + 2y + 2x = 4$            | f) $25y^2 - 250y - 4x^2 - 16x + 509 = 0$                  |
14. Hallar las ecuaciones de las hipérbolas que verifican las siguientes condiciones:
- a) Centro en  $(0, 0)$ , vértices  $(\pm 3, 0)$ , un foco en  $(5, 0)$
- b) Focos en  $(0, \pm 3)$ , un vértice en  $(0, 1)$
- c) Centro en  $(-1, 4)$ , un foco en  $(-1, 2)$ , y un vértice en  $(-1, 3)$
- d) Centro en  $(2, -3)$ , eje transverso paralelo a uno de los ejes coordenados y que pase por los puntos  $(3, -1)$  y  $(-1, 0)$
- e) Las ecuaciones de sus asíntotas son  $2x + y = 0$  y  $2x - y = 0$ , y pasa por  $(3, -5)$
15. Para cada una de las siguientes ecuaciones, indicar qué gráfica es y trazarla. Obtener las coordenadas o la ecuación de vértices, focos, ejes, asíntotas, directriz, etc., según corresponda.
- |   |  |
|---|--|
| a) $-4y + x^2 + 4x = 5$                                   | e) $4x^2 - 4xy + 7y^2 + 12x + 6y = 9$  |
| b) $(x, y) = (2\sen(t), \cos(t))$ , con $0 \leq t < 2\pi$ | f) $\frac{1}{4}y^2 - \frac{2}{3}y + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x = \frac{199}{144}$ |
| c) $(x, y) = (t, 3t^2)$ , con $t \in R$                   | g) $(x, y) = (2\tan(t), 3\sec(t))$ , $-\pi \leq t < \pi$                             |
| d) $3x^2 + 2y^2 - 12x + 8y + 19 = 0$                      |  |