

# Práctica 5:

## Integrales triples

Profesor: Cecilia Jarne (adaptada a partir de la práctica de Marcos Sirchia)

1. Calcular las siguientes integrales iteradas y representar gráficamente el sólido de integración:

a)  $\int_0^1 [\int_0^1 [\int_0^{2-x} (2x+1) dz] dy] dx$

b)  $\int_0^2 [\int_0^{2-y} [\int_0^{2-y-z} 3dz] dy] dx$

2. Calcular dada  $\int \int \int_V z dx dy dz$ , donde V es el solido limitado por  $x = y^2$ ,  $x + z = 4$ ,  $z = 0$ .

3. Calcular  $\int \int \int_V f(x, y, z)$  siendo:

a)  $f(x, y, z) = xy$ ; V limitado por:  $z = x + y$ ,  $x = 0$ ,  $z = 2$

b)  $f(x, y, z) = z$ ; V limitado por:  $x + 2y + 3z = 6$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = y$

c)  $f(x, y, z) = 4x^2$ ; V limitado por:  $x + 2y + 3z = 6$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = y$

4. Calcular  $\int \int \int_V \text{div}(\vec{F}(x, y, z))$  con  $\vec{F} = 2x^2\hat{i} + (xy - y^2)\hat{j} + 2yz\hat{k}$  y limitado por  $z = 5 - (x - 1)^2$ ,  $y = 0$ ,  $z = 1$  e  $x = y$ .

5. Representar los sólidos limitados por las superficies que se indican y calcular su volumen:

a)  $y + 3z = 3$ ,  $x + 2y = 6$ ,  $z = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$

b)  $z = y^2$ ,  $y + z = 2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$

c)  $y^2 = 4 - 3x$ ,  $y^2 = x$ ,  $z = 3$ ,  $z = -3$

d)  $x + y + z = 4$ ,  $z = 1$ ,  $z = 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$

e)  $x + y + 2z = 4$ ,  $z = 1$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$

6. Plantear en coordenadas cilíndricas:

$\int \int \int_V f(x, y, z) dV$ , V limitado por  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = -1$ ,  $z = 1$

7. Usando coordenadas cilíndricas, calcular el volumen de los sólidos limitados por:

a)  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

b)  $y = \sqrt{x^2 + z^2}$ ,  $y = 2$

8. Usando coordenadas esfericas calcular el volumen limitado por:

a)  $3z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z = \sqrt{3}$ ,  $z = 3$

b)  $y^2 = x^2 + z^2$ ,  $x^2 + y^2 = 9$

c)  $x^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 1$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$