

Complementos de Análisis 2

Práctica 1: Repaso

Vectores, ecuación de la recta y plano, geometría de las funciones con valores reales, curvas de nivel, derivadas parciales, gradiente.

Profesora: Cecilia Jarne

- Calcular $\|\mathbf{u}\|$, $\|\mathbf{v}\|$ y $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ para los siguientes vectores de R^3 :
 - $\mathbf{u}=15\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + 4\hat{\mathbf{k}}$; $\mathbf{v}=\pi\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$;
 - $\mathbf{u}=2\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{i}}$; $\mathbf{v}=\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$;
 - $\mathbf{u}=-\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{k}}$; $\mathbf{v}=4\hat{\mathbf{j}}$;
- Normalizar los vectores de los puntos a) y c) en el ejercicio anterior.
- Calcular el producto vectorial ($\mathbf{u} \times \mathbf{v}$) entre los vectores $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ indicados en cada inciso.
- Hallar la recta que pasa por $(-1,-1,-1)$ en la dirección de $\hat{\mathbf{j}}$.
- Hallar la recta que pasa por $(-1,-1,-1)$ y $(1,-1,2)$.
- Hallar el plano generado por $v_1 = (2,7,0)$ y $v_2 = (0,2,7)$.
- Los siguientes puntos están en coordenadas cilíndricas. Expresar cada uno en coordenadas rectangulares y esféricas:
 - $(10, 45^\circ, 10)$
 - $(3, \pi/6, 4)$
 - $(1, -\pi/6, 0)$
 - $(2, 3/4\pi, -2)$
 - $(2, \pi/2, -4)$
 - $(1, 45^\circ, 1)$
- Cambiar los siguientes puntos a coordenadas esféricas y cilíndricas.
 - $(2, 1, -2)$
 - $(0, 3, 4)$
 - $(\sqrt{2}, 1, 1)$
- Esbozar curvas de nivel y gráfica de las siguientes funciones. Que tipo de funciones son: Escalares o vectoriales?
 - $R^2 \rightarrow R, (x, y) \rightarrow x - y + 2$
 - $R^2 \rightarrow R, (x, y) \rightarrow x^2 + 4y^2$
- Obtener las superficies de nivel para:
 - $R^3 \rightarrow R, (x, y, z) \rightarrow x^2 + y^2$
 - $R^3 \rightarrow R, (x, y, z) \rightarrow x^2 + y^2 + z^2$
- Hallar $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ si:
 - $f(x) = x \cdot y$
 - $f(x) = e^{x \cdot y}$
 - $f(x) = (x^2 + y^2) \log(x^2 + y^2)$
- Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie: $z = x^2 + y^3$ en $(3, 1, 10)$.
- Calcular la matriz de las derivadas parciales para las siguientes funciones:
 - $R^2 \rightarrow R^2, f(x, y) = (x, y)$
 - $R^2 \rightarrow R^3, f(x, y) = (xe^y + \cos(y), x, e^y)$
 - $R^3 \rightarrow R^2, f(x, y, z) = (x + e^z + y, x^2y)$
 - $R^2 \rightarrow R^3, f(x, y) = (xye^{xy}, x \sin(y), 5xy^2)$
- Que es el gradiente de una función? Que información se puede obtener a partir de dicha magnitud?

15. Calcular los gradientes de las siguientes funciones:

a) $f(x, y, z) = xe^{-x^2-y^2-z^2}$

b) $f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2+y^2+z^2}$

c) $f(x, y, z) = z^2e^x \cos(y)$

16. Calcular $\nabla h(1, 1, 1)$ siendo $h(x, y, z) = (x + z)e^{x-y}$