

Primer Parcial

1. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 10x + 10y + 10z = 10 \\ 2x + 4y + 6z = 20 \end{cases}$$

- a) Resolver el sistema con el método de resolución directa.
- b) Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$. Determinar si el sistema posee única solución, infinitas o ninguna, calculando el rango de A y $A|B$. Justificar.

2. Considerar el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x + 2y + 3z = 8 \\ 2x + 2y + z = 7 \end{cases}$$

- a) Escribir el sistema en la forma matricial $AX = B$.
- b) A través del determinante de A decir si es invertible. Justificar y en base a la respuesta obtenida decir cómo deberían ser los rangos de A y $A|B$ (sin calcularlos).
- c) Resolver el sistema con el método de Gauss.
- d) Si A es invertible calcular nuevamente el resultado utilizando su inversa.

3. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$. Demostrar que si $a \mid b$ y $b \mid a$, entonces $a = b$.

4. Determine el cociente q y el resto r para cada caso utilizando el algoritmo de la división:

a) $a = 60, b = 9$.

b) $a = 50, b = 3$.

5. Considerar la siguiente ecuación de congruencia lineal:

$$7x \equiv 10 \pmod{3}$$

- a) Determinar si tiene solución. Justificar.
- b) Encontrar las soluciones.

6. Se tiene sólo las cartas de basto de un mazo de cartas españolas, es decir, 12 cartas numeradas del 1 al 12. Se sacan dos cartas al azar y se observa la suma de sus valores.

- a) Definir el espacio muestral de manera que sea equiprobable.
- b) Definir el evento $P = \text{“La suma da par”}$
- c) Definir el evento $I = \text{“La suma da impar”}$
- d) Definir el evento $R = \text{“La suma tiene raíz cuadrada entera”}$
- e) Calcular la probabilidad de los eventos:

1) P

2) I

3) R

4) $P \cup I$

5) $P \cap I$

6) $P \cap R$