

Nombre y apellido:

Recuperatorio del Segundo Parcial

Tema 1: Estructuras algebraicas

1. Sea M_2 el conjunto de las matrices cuadrados de tamaño 2×2 . Considerar los grupos $(M_2, +)$ y $(\mathbb{R}^2, +)$, y demostrar que la siguiente función es un homomorfismo de grupos:

$$f \left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \right) = (a + b, c + d)$$

2. Sea (G, \odot) un grupo. Considerar la siguiente ecuación, donde a y b son constantes y x es la incógnita a calcular:

$$x \odot a = b \odot x$$

- a) Explicar porqué no es posible resolver la ecuación.
- b) Agregar alguna hipótesis al grupo que permita resolver la ecuación, y resolverla. Nota: La idea es que la hipótesis sea la más pequeña posible, no es válido dar un conjunto y una operación particular.

Tema 2: Espacios vectoriales

1. Sea P el conjunto de los números enteros pares, es decir, $P = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$. Sea $M_p \subseteq \mathcal{M}_2$ el conjunto de las matrices cuadradas de tamaño 2×2 cuyos coeficientes son elementos de P . ¿Forma M_p un espacio vectorial sobre P con la suma y el producto por escalar usuales de matrices? Si es así, demostrarlo. Si no es así, justificar.
2. Sea $S \subseteq \mathbb{R}^2$ el siguiente conjunto de vectores:

$$\vec{u} = (2, 3) \quad \vec{v} = (6, 9) \quad \vec{w} = \left(-1, -\frac{3}{2}\right)$$

Definir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones (justificando las respuestas):

- a) $\langle S \rangle = \mathbb{R}^2$
- b) $\dim \langle S \rangle = 1$
- c) $\dim \langle S \rangle = 2$
- d) $\dim \langle S \rangle = 3$
- e) El conjunto $\{(0, 1), (1, 0)\}$ es una base de $\langle S \rangle$.
- f) Las coordenadas del vector $(1, 2)$ en la base de $\mathbb{R}^2 \setminus \{(1, 1), (2, 3)\}$ son $(1, 1)$.

Nombre y apellido:

Recuperatorio del Segundo Parcial

Tema 3: Probabilidad discreta

1. Se lanza una moneda cuatro veces. Si sale cara, se gana 2 puntos y si sale seca/cruz, se resta 1 punto. Nos interesa el puntaje total al final de los cuatro lanzamientos.
 - a) Definir el espacio muestral de manera que los eventos elementales sean equiprobables.
 - b) Definir el conjunto que representa el evento C : “Se obtuvo exactamente cuatro puntos”.
 - c) Definir el conjunto que representa el evento N : “Se obtuvo puntaje negativo”.
 - d) Definir el conjunto que representa el evento: $C \cup N$: “Se obtuvo exactamente cuatro puntos o puntaje negativo”.
 - e) Calcular la probabilidad de los eventos C , N , $C \cup N$ y $C \cap N$.