

Nombre y apellido:

## Segundo Parcial

1. Sean los grupos  $(\mathbb{R}^2, +)$  y  $(\mathbb{R}, +)$ , demostrar que la función  $f(x, y) = x + y$  es un homomorfismo de grupos.
2. Sabiendo que  $(G, \odot)$  es un grupo, resolver la siguiente ecuación, donde  $a, b, c \in G$  y  $x$  es la incógnita a calcular:

$$a^2 \odot x = b \odot c \odot x^2$$

(donde  $g^2 = g \odot g$  para cualquier  $g \in G$ ).

3. Sea  $M_2 \subseteq \mathcal{M}_2$  el conjunto de las matrices cuadradas de tamaño  $2 \times 2$  cuyos coeficientes son potencias de 2, es decir, cuyos coeficientes son elementos del conjunto  $\{\pm 2^n \mid n \in \mathbb{N}\} = \{\dots, -16, -8, -4, -2, 0, 2, 4, 8, 16, \dots\}$ . ¿Forma  $M_2$  un espacio vectorial sobre el conjunto de las potencias de 2 con la suma y el producto por escalar de matrices usuales? Si es así, demostrarlo. Si no es así, justificar.
4. Sea  $S \subseteq \mathbb{R}^2$  el siguiente conjunto de vectores:

$$\vec{u} = (1, 2) \quad \vec{v} = (2, 3) \quad \vec{w} = (0, 1)$$

Definir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones (justificando las respuestas):

- a)  $\langle S \rangle = \mathbb{R}^2$
  - b)  $\dim \langle S \rangle = 1$
  - c)  $\dim \langle S \rangle = 2$
  - d)  $\dim \langle S \rangle = 3$
  - e) El conjunto  $\{(0, 1), (1, 0)\}$  es una base de  $\langle S \rangle$ .
  - f) Las coordenadas del vector  $(1, 2)$  en la base de  $\mathbb{R}^2$   $\{(0, 1), (1, 1)\}$  son  $(1, 1)$ .
5. Se tiran dos dados y se observa la suma de sus valores.
    - a) Definir el espacio muestral de manera que los eventos elementales sean equiprobables.
    - b) Definir el conjunto que representa el evento  $P$ : “La suma de dados es par”.
    - c) Definir el conjunto que representa el evento  $I$ : “La suma de dados es impar”.
    - d) Definir el conjunto que representa el evento:  $P \cup I$ : “La suma de dados es par o impar”.
    - e) Calcular la probabilidad de los eventos  $P$ ,  $I$ ,  $P \cup I$  y  $P \cap I$ .